

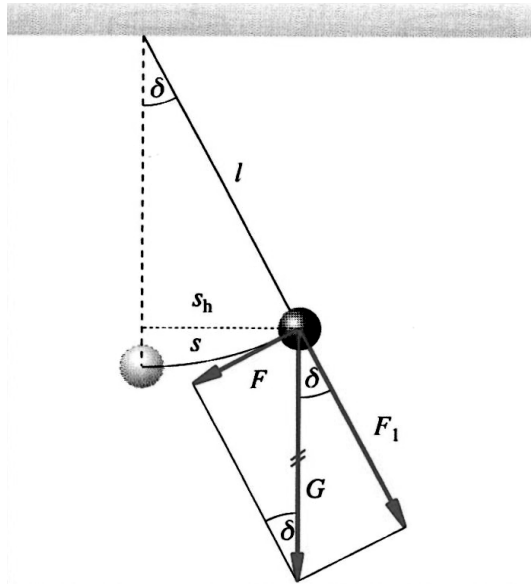
Das große Fadenpendel

Ein etwas anderer Versuch

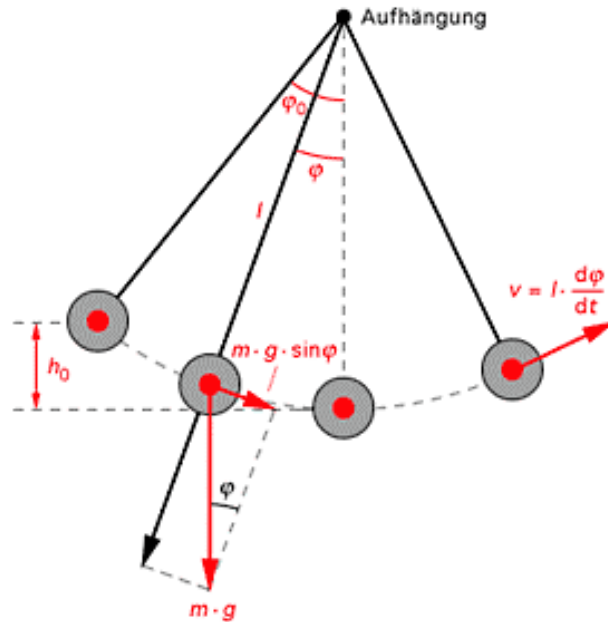
Von: Dorothea Uhrig, Georg Amann, Dominik Waßmer und Fabian Faller

Theorie:

Skizze:



(Abb. 1)



(Abb. 2)

Theorie:

F_{Res} entspricht der negativen Gewichtskraft multipliziert mit der Sinusfunktion des Auslenkungswinkels. (G ist daher negativ, da es entgegengesetzt zur Seilkraft steht.) Nach kürzen der Masse m, Ersetzen von a durch $\ddot{s}(t)$ und α durch (s/l) ergibt sich die

Differentialgleichung: $\ddot{s}(t) = -g \cdot \sin(s(t)/l)$.

$$F_{Res} = -G \cdot \sin \alpha$$

$$m \cdot a = -m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$m \cdot \ddot{s}(t) = -m \cdot g \cdot \sin \alpha \quad (a = \ddot{s}(t))$$

$$\ddot{s}(t) = -g \cdot \sin(s(t)/l) \quad \text{DGL (Differentialgleichung)}$$

(da $\alpha = s/l$)

Für Winkel $\alpha < 10^\circ$ ergibt sich als Näherung:

Da für $\alpha < 10^\circ$ (im Bogenmaß: $0 \leq 1/18 \leq 0.17\pi$) gilt: $\sin \alpha \approx \alpha$, ergibt sich die harmonische Differentialgleichung $\ddot{s}(t) = -g \cdot (s/l)$.

$$\ddot{s}(t) = -g \cdot \alpha$$

$$\ddot{s}(t) = -g \cdot (s(t)/l) \quad \text{harmonische DGL}$$

→ harmon. Schwingung: $s(t) = \hat{S} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

→ $\omega = \sqrt{g/l}$

→ $T = (2\pi / \omega) = 2\pi \sqrt{l/g}$

In den Abbildungen 1 und 2, sowie der Theorie gilt: $\delta = \varphi = \alpha$

Fragestellung :

- Wie gross ist g?
- Wovon hängt die Periodendauer T ab?

Durchführung :

Materialien:

- Seil ($l=9\text{m}$; $m = 212\text{g}$ –bis 213g)
- Gewichte ($m_1 = 170\text{g}$; $m_2 = 1\text{kg}$; $m_3 = 2\text{kg}$)
- Tüte (um Gewichte einzupacken), Jalousie (um Seil zu befestigen)
- Maßband, Stoppuhr
- Taschenrechner

Ausführung:

Die Gewichte brachten wir in einer Tüte unter, welche wir mit dem Seil verknoteten. Dann maßen wir die Gesamtlänge l . Danach befestigten wir das Seil an der Jalousie und ließen dieses eigenartige Konstrukt im 2. OG aus einem Fenster herausragen. Darauf begannen wir mit der Durchführung. Als Auslenkungsweiten nahmen wir zwei Werte: 1m und 2m , um die Winkel unter und über zehn Grad abzudecken.

1.: 1 Meter Auslenkung bei einer Periode und 9 Metern Seillänge

Masse	T (praktisch)	T (theoretisch)	g (praktisch)
170 g	5,4 s	6,0 s	12,2 m/s ²
1 kg	5,7 s	6,0 s	10,9 m/s ²
2 kg	6,0 s	6,0 s	9,9 m/s ²

2.: 1 Meter Auslenkung bei einer Periode und 8,30 Metern Seillänge

Masse	T (praktisch)	T (theoretisch)	g (praktisch)
170 g	nicht durchgeführt, da zu ungenau ($m(\text{Seil}) > m(\text{Gewicht})$)		
1 kg	5,9 s	5,8 s	9,4 m/s ²
2 kg	5,3s	5,8 s	11,7 m/s ²

3.: 2 Meter Auslenkung bei einer Periode und 9 Metern Seillänge

Masse	T (praktisch)	T (theoretisch)	g (praktisch)
170 g	5,9	6,0 s	10,2 m/s ²
1 kg	5,9	6,0 s	10,2 m/s ²
2 kg	6,0 s	6,0 s	9,9 m/s ²

4.: 2 Meter Auslenkung bei einer Periode und 8,3 Metern Seillänge

Masse	T (praktisch)	T (theoretisch)	g (praktisch)
170 g	nicht durchgeführt, da zu ungenau (m(Seil) > m(Gewicht))		
1 kg	5,9 s	5,8 s	9,4 m/s ²
2 kg	5,9 s	5,8 s	9,4 m/s ²

Anhand dieser Messdaten ergaben sich die genannten Ergebnisse von T und g – zumindest teilweise leider sehr ungenau; für g aber dennoch ein recht guter Mittelwert von 10,3 m/s².

Damit wollten wir uns dennoch nicht zufrieden geben.

Daher führten wir den Versuch erneut aus, diesmal allerdings mit 3 Perioden und 2, sowie 3 Metern Auslenkung und der Erkenntnis, dass das 170 g Gewicht aufgrund der höheren Seilmasse nicht der Durchführung wert sei.

5.: 2 Meter Auslenkung bei drei Perioden und 9 Metern Seillänge

Masse	T (praktisch)	T (theoretisch)	g (praktisch)
1 kg	18,0 s	18,1 s	9,1 m/s ²
2 kg	20,0 s	18,1 s	7,9 m/s ²

6.: 2 Meter Auslenkung bei drei Perioden und 8,3 Metern Seillänge

Masse	T (praktisch)	T (theoretisch)	g (praktisch)
1 kg	17,0 s	17,3 s	10,1 m/s ²
2 kg	17,4 s	17,3 s	9,7 m/s ²

7.: 3 Meter Auslenkung bei drei Perioden und 9 Metern Seillänge

Masse	T (praktisch)	T (theoretisch)	g (praktisch)
1 kg	18	18,1 s	9,9 m/s ²
2 kg	17,9	18,1 s	9,9 m/s ²

8.: 3 Meter Auslenkung bei drei Perioden und 8,3 Metern Seillänge

Masse	T (praktisch)	T (theoretisch)	g (praktisch)
1 kg	17,0 s	17,3 s	10,1 m/s ²
2 kg	17,5 s	17,3 s	9,7 m/s ²

Nach diesem Versuch erhielten wir für g den Mittelwert 9,55 m/s² - einen doch erheblich exakteren Wert (0,2 m/s² genauer).

Anhand des Durchschnitts der beiden g -Werte hatten wir also nahezu die korrekte Erdbeschleunigung von $9,81 \text{ m/s}^2$ nachgewiesen (unser Wert: $9,925 \text{ m/s}^2$).

Die Ergebnisse der gemessenen Periodendauer T übereinstimmten ziemlich genau mit denen der theoretischen Rechnung (lediglich eine durchschnittliche Abweichung im hundertstel - Bereich!).

Und zusätzlich konnten wir beweisen, dass die Periodendauer T unabhängig von der Auslenkung, sowie der Masse des Gegenstandes ist (egal ob 170g, 1kg, 2kg Gewicht, 1m, 2m, oder 3m Auslenkung, T war für eine Schwingung immer ca. 6s). Allerdings stellten wir auch fest, dass T von der Seillänge abhängt. Denn bei einer Verkürzung dieser um 70cm verkürzte sich auch die Periodendauer um einige Zehntelsekunden!

Zu guter Letzt überlegten wir, wovon die Differenzen zwischen Versuchsdaten und theoretischen Werten abhängen könnten. Wir kamen zu folgenden

Fehlerquellen:

- menschliches Versagen
 - ungenaue Zeitmessung (Reaktionszeit)
 - Längenmessung
- Luftwiderstand, Wind
- Seilmasse (hohes Eigengewicht (212g))
- Eigendynamik der Aufhängung

Fehlerberechnung:

Bei der Seillänge 8,3m und einer Periode ergeben sich folgende Fehlerwerte in Bezug auf die Periodendauer T :

Empirische Standardabweichung: $S_i = 0,3\text{cm}$

Relativer Fehler: 5,2%

Seillänge 9m und eine Periode:

Empirische Standardabweichung: $S_i = 0,23\text{cm}$

Relativer Fehler: 4,03%

Bei der Seillänge 8,3m und drei Perioden ergeben sich folgende Fehlerwerte in Bezug auf die Periodendauer T :

Empirische Standardabweichung: $S_i = 0,26\text{cm}$

Relativer Fehler: 1,53%

Seillänge 9m und drei Perioden:

Empirische Standardabweichung: $S_i = 1,02\text{cm}$

Relativer Fehler: 2,75%

Resümee:

Insgesamt gesehen war dieses Praktikum sehr interessant und auch nicht minder lustig. Wir vier hatten viel Spaß und waren auch von der Dimension dieses Versuches beeindruckt – wir fühlten uns etwas in die Welt der Physik gezogen. Eine wie wir an diesem Tag erleben durften wirklich schöne und auch spannende!