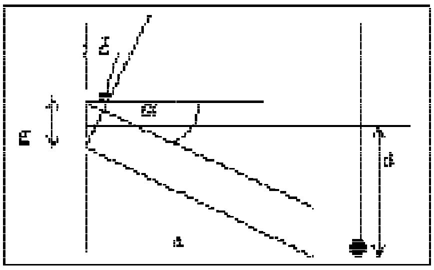
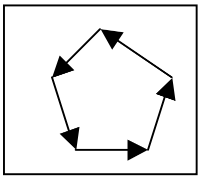
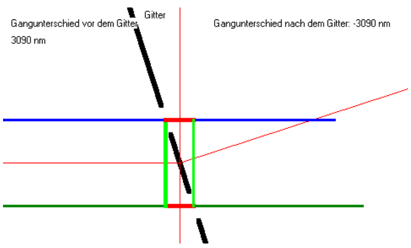
Musteraufgabe Interferenz am Gitter

1. Ein Gitter mit 5 Spalten mit Spaltabstand g wird mit einfarbigem Licht der Wellenlänge λ bestrahlt. Erläutere, was sich am Schirm im Abstand a beobachten lässt.
2. Der Abstand der Maxima 5. Ordnung beträgt bei a = 1,5 m auf dem Schirm 15,0 cm. Welcher Zusammenhang besteht zwischen g und λ?
3. Die Breite der Spalte beträgt l = 0,010 mm. Auf dem Schirm ist das Maximum vierter Ordnung nicht zu sehen. Wie groß ist die Wellenlänge?
4. Nun wird das Gitter um den Winkel $\beta = 4°$ gedreht. Erläutere, warum sich die Lage des Maximums 0. Ordnung nicht ändert. Was ändert sich bei den Maxima 5. Ordnung?

Lösung

1. ➔ Auf dem Schirm sind Minima und Maxima der Intensität zu beobachten, weil die Wellen des Lichtes aus den einzelnen Spalten entsprechend dem Huygensschen Prinzip destruktiv bzw. konstruktiv (beim Gangunterschied benachbarter Strahlen von $\delta = k\lambda$; k = 0, 1, ...) interferieren.
   
   Da der Spaltabstand immer sehr viel kleiner als der Schirmabstand ist, können die von den Spalten am Schirm ankommenden „Strahlen" als parallel angesehen werden. Damit ergibt sich z. B. die Lage der Maxima aus:
   $\delta = k\lambda$; k = 0, 1, ...   und $\sin(\alpha) = \frac{\delta}{g}$ und d = a $\tan(\alpha)$.
   ➔ Zwischen diesen Maxima sind jeweils 4 Minima zu sehen, die 3 Nebenmaxima umrahmen.
   Diese Minima sind für die Gangunterschiede $\delta = k\lambda + \frac{1}{5}\lambda; k\lambda + \frac{2}{5}\lambda; k\lambda + \frac{3}{5}\lambda; k\lambda + \frac{4}{5}\lambda$ festzustellen.
   (Mit der Zeigerdarstellung kann man erkennen, dass 5 Zeiger, die jeweils z. B. um die Phase $\varphi = \frac{1}{5} \cdot 360°$ = 72° verschoben sind, destruktiv interferieren.)
   
2. Aus dem Abstand der Maxima 5. Ordnung ergibt sich:
   $d_5 = \frac{15{,}0cm}{2} = 7{,}5cm$ (Abstand vom 5. zum 0. Maximum).
   $\tan(\alpha_5) = \frac{d_5}{a} = 0{,}05 \Rightarrow \alpha_5 \approx 2{,}86°$
   $\sin(\alpha_5) = \frac{5\lambda}{g} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{5}\sin(\alpha_5)g \Rightarrow \lambda = 0{,}010g$
3. Auf dem Schirm ist das 4. Gittermaximum nicht zu beobachten. Das heißt, dass es in ein Minimum des Einzelspaltes fällt.
   Für die Minima des Einzelspaltes gilt: $\sin(\alpha) = \frac{x\lambda}{l}; \quad x = 1,2,....$
   Es ist in der Aufgabenstellung davon auszugehen, dass das erste Minimum (x = 1) des Einzelspaltes verantwortlich ist. Damit gilt; $4l = g = 0{,}040mm$.
   Zusammen mit dem Ergebnis von (2.) ergibt sich: $\lambda = 400nm$.
4. Wenn man das Gitter um den Winkel $\beta = 4°$ dreht, haben benachbarte Strahlen schon vor dem Gitter einen Gangunterschied von
   $\delta_1 = g\sin(\beta) \approx 2790mm$.
   

   (Im Bild hat der untere Strahl diesen längeren Weg zurückzulegen.)
   Die Lage des 0.ten Maximum auf dem Schirm bleibt unverändert , da der andere Strahl nach dem Gitter denselben Gangunterschied aufweist (im Bild der obere Strahl). Am Schirm gilt für den nichtabgelenkten Strahl, dass der Gesamtgangunterschied 0 ist.
   Für die Maxima 5. Ordnung muss der Gesamtgangunterschied 2.000 nm betragen.
   Fall 1: Der „obere" Strahl hat einen Gangunterschied nach dem Gitter von 790 nm.
   Fall 2: Der „obere" Strahl hat einen Gangunterschied nach dem Gitter von 4790 nm.
   Bezüglich der gedrehten Mittelachse ergeben sich die Winkel aus $\sin(\alpha') = \frac{\delta_2}{g} \Rightarrow \alpha' =$ 1,13° bzw. 6,88° (unterhalb der gedrehten Mittelachse), das entspricht $\alpha =$ 2,87° oberhalb bzw. 2,88° unterhalb der „alten" Mittelachse. Ihr Abstand zum 0. Maximum $d_5{}' = a\tan(\alpha) \approx$ 7,52 cm bzw. 7,55 cm verändert sich kaum.